



**THE CALCULATION OF STATISTICAL POWER IN META ANALYSIS
FOR CORRELATION COEFFICIENT**

Burçin ÖNER

Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü
Uygulamalı İstatistik ABD
burcinoner6858@gmail.com

Doç. Dr. Bülent ÇELİK

Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü
Uygulamalı İstatistik ABD

Abstract

Meta analysis is the statistical method that is conducted by combining the results of a large of independent studies and that is analysed these results by using statistical techniques. There has been a lot of studies about meta-analysis for a long time but there ar a few studies about statistical power in meta-analysis. On the other hand, statistical power calculations are quite an important part of sound statistical planning in both primary studies and meta-analysis.

In this study, the calculation of statistical power of statistical tests was considered for random effects model in meta-analysis where is Pearson correlation as effect size. The calculations were made for simulation and analytical procedures separately and it was investigated whether differences between simulation power and analytical power. It was purposed to give the researchers that will calculate simulation power in meta-analysis a preliminary knowledge of conditions required for desired power level in this study. The calculating formulas of analytical power in meta-analysis are produced under some suppositions. So analytical power can be impressed them. In this study, it was investigated whether this impression is important by exploiting the differences between the simulation power and analytical power to be calculated under the same conditions.

Keywords: *Meta-analysis, Correlation, Simulation Power, Analytical Power, Random Effects Model*

Korelasyon Katsayısı İçin Rastgele Etkiler Meta Analizde İstatistiksel Güç Hesaplaması

Özet

Meta analizi, belirli bir konuda birbirinden bağımsız olarak yapılmış, çok sayıdaki çalışmanın sonuçlarının birleştirilmesi ve elde edilen bulguların istatistiki tekniklerle analiz edilmesi yöntemidir. Meta analizi ile ilgili yapılan çalışmalar uzun yıllardır mevcuttur ancak literatürde meta analizinde istatistiksel güç ile ilgili az sayıda çalışma vardır. Oysaki güç hesaplamaları, bir istatistiksel planlamanın sağlamlığı açısından hem birincil çalışmalarda hem de meta analizinde oldukça önemli bir konudur.



Bu çalışmada, korelasyon katsayısının etki büyüklüğü olarak ele alındığı bir meta analizinde, rastgele etkiler modeli için kullanılan istatistiksel testlere ait testin gücü hesaplamaları üzerinde duruldu. Hesaplamalar, simülasyon ve analitik güç yöntemlerine göre yapıldı ve istatistiksel güç simülasyonu ile analitik güç arasında bir fark olup olmadığı konusu incelendi. Simülasyon gücü ile meta analizi çalışması yapacak olan araştırmacılara arzu edilen bir güç seviyesi için gerekli olan koşullar hakkında ön bilgi verilmesi bu çalışmanın amaçları arasındadır. Meta analizde analitik güç hesaplama formülleri bazı varsayımlar altında türetilmektedir. Bu sebeple analitik güç bu varsayımlardan etkilenebilir. Aynı koşullar altında hesaplanacak olan simülasyon gücü ile analitik güç arasındaki farklılıklardan yararlanarak bu etkilenmenin önemli olup olmadığı araştırıldı.

Anahtar Kelimeler: *Meta Analizi, Korelasyon, Simülasyon Gücü, Analitik Güç, Rastgele Etkiler Modeli.*

Giriş

Meta analizi, günümüzde çeşitli bilim sahalarında oldukça yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Belli bir konu ile ilgili farklı zaman ve yerlerde yapılan nitel ve nicel çalışma sonuçlarını bir araya getiren meta analizi, konuyla ilgili genel bir sonuç elde etmeyi amaçlar.

Bununla birlikte son zamanlarda meta analizinde istatistiksel güç çalışmalarına da literatürde yer vermeye başlanmıştır. Çünkü güç hesaplamaları, sağlam istatistiksel planlamanın vazgeçilmez bir parçasıdır.

Araştırmacılar, meta analizinde istatistiksel güç üzerinde çalışmanın gerekliliğine vurgu yapmışlardır. İlk olarak Field, çeşitli koşullar altında meta analizindeki modeller için farklı etki büyüklükleri ile ilgili çalışmalar yürütmüş ve sonunda etki büyüklüklerinin çeşitli koşullarda daha güçlü sonuçlar verdiğini göstermiştir (Field, 2001). Hedges ve Pigott, ise sabit ve rastgele etkiler modelleri için analitik güç hesaplamaları ile ilgili prosedürler sunmuşlardır (Hedges and Pigott, 2001). Cohn ve Becker, meta analizinde sıklıkla karşılaşılan problemlerden birinin istatistiksel güçteki düşüklük olduğunu vurgulamışlar ve gücün nasıl artırılabilceğinin yollarını aramışlardır (Cohn and Becker, 2003). Ayrıca Hedges ve Pigott, meta analizinde sabit ve karma etkiler moderator testlerinin istatistiksel güç hesaplamaları ile ilgilenmişlerdir (Hedges and Pigott, 2004). Cafri ve Kromrey, literatürde yer alan meta analizinde istatistiksel güç hesaplamalarının düzenli uygulamalarının teknik bir uzmanlık gerektirmesi ve uzun zaman alması dolayısıyla bu hesaplamalar için bir yazılım geliştirmişlerdir (Cafri and Kromrey, 2008). Valentine, Pigott ve Rothstein, meta analizinde yüksek istatistiksel güç elde etmek için gerekli olan örnek hacmi miktarını belirlemeye çalışmışlardır (Valentine vd. 2010). Liu, sabit ve rastgele etkiler meta analizi modelleri için analitik güç ve simülasyon gücü arasındaki farklılıklar ile dengeli olmayan tasarım ve eşit olmayan örnek hacminin istatistiksel güce olan etkisini araştırmıştır (Liu, 2015). Liu, da meta analizinde istatistiksel güç için literatürde var olan formüllerin doğrulukları konusunda yeterli kanıt olmadığını ileri sürmüş ve testin



gücü hesaplaması için simülasyon çalışmalarını, alternatif bir yol olarak kullanmıştır (Liu and Pan 2015). Her iki çalışmada da etki büyüklüğü olarak standartlaştırılmış ortalama farkı kullanmıştır.

Bu çalışmada, korelasyon katsayısının etki büyüklüğü olarak ele alındığı bir meta analizinde, rastgele etkiler modelinde eşit olmayan örnek hacmi durumu için kullanılan istatistiksel testlere ait testin gücü hesaplamaları üzerinde duruldu. Bunlardan genel etki büyüklüğüne ait testin gücü hesaplamaları, analitik yöntem ve simülasyon yöntemi kullanılarak elde edildi. Böylece korelasyon katsayısının, etki büyüklüğü metriği olarak kullanıldığı bir rastgele etkiler meta analizinde, istatistiksel güç simülasyonu ile analitik güç arasında bir fark olup olmadığı konusu incelendi. Bu hesaplamalar için önce analitik güç ve simülasyon gücü hesaplamaları için R programında gerekli kodlamalar yapıldı.

Metodoloji

Yapılacak bir meta analizi çalışması için ilgili çalışmanın amacı, çalışma dizaynı ve veri formatı, etki büyüklüğünün seçiminde yol gösterici olmaktadır. Nedensel yön çıkarımları yapılmadan değişkenler arasındaki ilişkiyi değerlendiren çalışmalarda kullanılacak etki büyüklüğü korelasyon gibi ilişki ölçütleri olabilmektedir.

Bir meta analizinde etki büyüklüğü olarak korelasyon katsayısının kullanılması durumunda çalışma deseni, tek gruplu çalışmalardır. İki sürekli değişken arasındaki ilişkinin yönü ve derecesini ifade eden korelasyonun kullanıldığı çalışmalarda, yığın için korelasyon parametresi ρ 'nun tahmini örnek korelasyon katsayısı olan r istatistiğidir. Bu istatistiğin örnekleme dağılımı normal dağılım göstermemektedir. Örnek korelasyon katsayısı r istatistiği için beklenen değeri parametreye eşitken, varyans kendisinin bir fonksiyonudur (Gamgam vd., 2011). Bu sebeple etki büyüklüğü olarak korelasyon katsayısının ele alındığı meta analizi çalışmalarında, özellikle istatistiksel çıkarımlar için r istatistiği doğrudan kullanılmamaktadır. Bu durumda korelasyon katsayısı üzerinde Fisher Z dönüşümü uygulanarak işlem yapılmaktadır. Fisher Z dönüşümü;

$$Z = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right) \quad (1)$$

olup, bu Z istatistiğinin örnekleme dağılımı parametreleri sırası ile;

$$E(Z) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+\rho}{1-\rho} \right) \text{ ve } V(Z) = \frac{1}{n-3} \quad (2)$$

olan bir normal dağılımdır [9].

Belli bir konu üzerinde çalışılmış k tane bağımsız çalışmanın ele alındığını kabul edelim. θ_i , i . çalışmaya ait yığın etki büyüklüğü parametresi olsun. Bu çalışmalardan etki büyüklüğü tahminleri elde edilsin ve θ_i parametresinin tahmin edicisini T_i ile gösterelim. Bu durumda T_i 'ye ait bir varsayım;



$$T_i \sim N(\theta_i, v_i); \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (3)$$

şeklinde olur. Etki büyüklüğü tahmini olarak korelasyon katsayısının ele alındığı durumda v_i , örnek hacmine bağlı, bilinen bir varyans olup bu varsayım Hedges ve Olkin'e göre, Fisher'in Z dönüşümüyle dönüştürülmüş korelasyon katsayısı gibi etki büyüklükleri için daima geçerlidir (Hedges and Olkin, 1985). Ancak dönüşüm yapılmamış korelasyon katsayısı etki büyüklüğü için tam olarak geçerli değildir; sadece büyük örneklem için doğru olduğu kabul edilir (Hedges and Pigott, 2001). Buna göre $i = 1, 2, \dots, k$ olmak üzere i . çalışma için eşitlik (1) gereğince $T_i = Z_i$ ve eşitlik (2) gereğince de $v_i = \frac{1}{n_i - 3}$ olacaktır.

Rastgele etkiler modeli altında analitik güç

Meta analizinde analitik güç hesaplanmasının, birincil analizler için analitik güç hesaplamalarında olduğu gibi iki yolu vardır. Bu yollardan birincisi, güç hesaplamak için gözlenen tüm değerleri (etki büyüklüğü, çalışmalar içi ve çalışmalar arası örnek hacmi ile I. tip hata oranı) kullanmaktır. İkinci bir yaklaşım, araştırma sorusunu temel alıp bir etki büyüklüğü seçerek gözlemlenen çalışma sayısını ve çalışma içi örnek hacmini kullanmaktır (Valentine vd., 2010). Meta analizinde güç analizi, tıpkı klasik bir meta analizi çalışmasında olduğu gibi iki model için ayrı ayrı hesaplanabilmektedir. Burada, rastgele etkiler modeli ele alınmıştır.

Rastgele etkiler modeli;

$$Z_i^* = \theta_i + \varepsilon_i = \mu + \xi_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (4)$$

eşitliği ile verilir. Burada θ_i etki büyüklüğü, rastgele olduğundan kendisine özgü dağılımı vardır. Ayrıca ε_i , Z_i^* 'in; ξ_i de θ_i 'nin örnekleme hatası olup ikisi de beklenen değeri 0 olan rastgele değişkenlerdir ve μ ise etki büyüklüğü ortalamasını gösteren bir parametredir. ε_i 'nin varyansı, Z_i^* 'in koşullu örnekleme varyansı olan v_i olup, bu biliniyordur. Çalışmalar arası varyans bileşeni olarak da tanımlanan ve aynı zamanda ξ_i 'lerin veya θ_i 'lerin örneklendiği yığının varyansı olan τ^2 dikkate alındığında, Z_i^* 'in koşullu olmayan örnekleme varyansı;

$$v_i^* = v_i + \tau^2 \quad (5)$$

olarak ifade edilir. Burada θ_i etki büyüklüğü, potansiyel θ_i değerlerinin bir dağılımından elde edildiğinden Z_i^* 'in koşullu olmayan örnekleme varyansı τ^2 'yi içerir.

Çalışmalar arası varyans bileşeni (τ^2)'nin tahmini;

$$\hat{\tau}^2 = \begin{cases} \frac{Q - (k - 1)}{c} & ; Q \geq k - 1 \\ 0 & ; Q < k \end{cases} \quad (6)$$

olarak ifade edilir, burada Q etki büyüklükleri için heterojenlik ölçüsü;

$$Q = \sum_{i=1}^k w_i (Z_i^* - \bar{Z}^*)^2 \quad (7)$$

dir ve c sabiti ise;

$$c = \sum_{i=1}^k w_i^* - \frac{\sum_{i=1}^k w_i^{*2}}{\sum_{i=1}^k w_i^*} \quad (8)$$

eşitliği ile bulunur. Bu eşitlikte yer alan w_i^* optimal ağırlık olup eşitlik (9) ile tahmin edilir;

$$w_i^* = \frac{1}{v_i^*} = \frac{1}{(v_i + \hat{\tau}^2)} \quad (9)$$

Model parametrelerinin tahmin edicilerinin standart hatalarını küçültmek amacıyla ağırlıklandırılmış tahmin edicilere ihtiyaç duyulur. Rastgele etkiler modelinde ağırlıklandırılmış tahmin edicileri elde etmek için gerekli olan ağırlıklandırma işleminde çalışmalar arası varyans bileşeni tahmini $\hat{\tau}^2$ dikkate alınır. Bu tahmin edici eşitlik (9) ile verilen etki büyüklüğü dağılımının ortalamasını, yani ağırlıklandırılmış rastgele etkiler tahminini üretir (Hedges and Olkin, 1985 ve DerSimonian and Laird, 1986);

$$\bar{Z}^* = \frac{\sum_{i=1}^k w_i^* Z_i^*}{\sum_{i=1}^k w_i^*} \quad (10)$$

Buna göre rastgele etkiler tahmininin örnekleme varyansı (v_i^*);

$$v_i^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^k w_i^*} \quad (11)$$

şeklinde bulunur.

Rastgele etkiler normal dağıldığında, ağırlıklandırılmış ortalama olan \bar{Z}^* da bunların bir fonksiyonu olduğu için ortalama etki büyüklüğü parametresi olan μ civarında normal dağılır (Hedges and Pigott, 2001). Öyle ki $\bar{Z}^* \sim N(\mu, v_i^*)$ olur. Ortalama etki büyüklüğü parametresiyle ilgili bir hipotez testi ile etki büyüklüğü hakkında istatistiksel çıkarım yapılabilir. Bu test işleminde sıfır



hipotezi, $H_0: \mu = \mu_0$ iken araştırma hipotezi (H_1) tek yanlı veya çift yanlı olarak alınabilir. Bu hipotezleri sınamak için kullanılacak olan test istatistiği;

$$Z^* = \frac{\bar{Z}^* - \mu_0}{\sqrt{v^*}} \sim N(0,1) \quad (12)$$

dir. Test işlemi sonucunda verilecek karar; tek yanlı test için $|Z^*| > Z_\alpha$ ise H_0 ret edilir, çift yanlı test için $|Z^*| > Z_{\alpha/2}$ ise H_0 ret edilir.

Ancak alternatif hipoteze göre Z^* , ortalaması λ^* ve varyansı 1 olan bir normal dağılıma sahip olur. Burada $\mu_G = E(\bar{Z}^*)$ gerçek ortalama olmak üzere λ^* ;

$$\lambda^* = \frac{\mu_G - \mu_0}{\sqrt{v^*}} \quad (13)$$

eşitliği ile hesaplanır. Verilen bir α anlamlılık düzeyinde H_0 hipotezinin ret edilmesi sonucunda ortaya çıkacak güç fonksiyonu, tek yanlı test için;

$$1 - \beta = 1 - \Phi(C_\alpha - \lambda^*) \quad (14)$$

iken çift yanlı test için;

$$1 - \beta = 1 - \Phi\left(C_{\frac{\alpha}{2}} - \lambda^*\right) + \Phi\left(-C_{\frac{\alpha}{2}} - \lambda^*\right) \quad (15)$$

olacaktır. Burada $\Phi(x)$, kümülatif standart normal dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir.

Simülasyon gücü

Rastgele etkiler meta analizinde istatistiksel güç, yığın etki büyüklüğü, istatistiksel anlamlılık seviyesi, örnek hacmi, analize dâhil edilecek çalışma sayısı ve çalışmalar arası varyans bileşeni parametrelerine bağlıdır. Bu sebeple simülasyon gücü hesaplamalarında bu parametreler göz önünde bulundurulmalıdır.

Örnek hacmi, meta analizi'ne dâhil edilen çalışmaların birinden diğerine farklılık gösterebilir.

Bireysel çalışmalarda olduğu gibi meta analizinde de yığın etki büyüklüğü ile istatistiksel güç pozitif yönde ilişkilidir. Meta analizinde çalışmalar arası ölçüm ölçeklerini birleştirmek için genelde standartlaştırılmış veya dönüşüm uygulanmış etki büyüklüğü değerleri kullanılır. Çünkü bu işlemler, ölçüm birimlerini birbirlerinden bağımsız hâle getirir.

Meta analizine dâhil edilecek çalışma sayısı da diğer parametreler eşit olduğunda istatistiksel güçle pozitif yönlü bir ilişki içindedir. Yani, meta analizine dâhil edilen çalışma sayısı arttıkça istatistiksel güç de artacaktır.

Bütün bunlarla birlikte bir simülasyon çalışması, gerçek bir meta analizi çalışmasında istatistiksel gücün doğruluğunu kontrol etmek açısından olduğu kadar, analitik güçle bağına vurgu yapmak açısından da oldukça avantajlı bir yöntemdir. Liu'e göre literatürde yer alan analitik güç formüllerinin doğruluğunun kesin olduğu bilinmemektedir (Liu, 2015). Formüllerin uygulamasında belli varsayımların bulunuyor olması, sonuçlarda bir takım yanlışlıklara sebebiyet verebilir. Bu çalışmada korelasyon katsayısının etki büyüklüğü olarak alındığı meta analizlerde simülasyon yolu ile istatistiksel güç hesaplanmasını, alternatif bir yöntem olarak önermekteyiz.

Güç formüllerindeki yığın varyansı hesaplanırken her çalışmanın varyansının birbirine eşit olduğu kabul edilir. Bu yaklaşım güç hesaplama sürecinde sıklıkla kullanılmasına rağmen pratikte doğru bir yöntem değildir. Bu sebeple denilebilir ki simülasyon gücü, analitik güçle karşılaştırıldığında daha doğru sonuçlar verecektir. Aynı zamanda hesaplanan bu iki gücü karşılaştırmak, hesaplama bulgularının doğruluğunu kontrol edebilme imkânı sunmasının yanında, analitik güç ile simülasyon gücü arasındaki farklar, güç formüllerinde var olan potansiyel bir yanlışlığı tanımlama imkânı da sunmaktadır (Liu, 2015).

Tıpkı analitik güç hesaplamasında olduğu gibi simülasyon gücü hesaplamasında da aynı koşullar göz önünde bulundurulmaktadır. Bunlar; örnek hacmi, çalışma sayısı, yığın etki büyüklüğü, birinci tip hata oranı ve model türüdür. Bu koşullara ek olarak simülasyon gücü hesaplamasında bir de simülasyon sayısı devreye girmektedir.

Yapılacak güç hesaplamaları, çeşitli yazılım programları ile sonuçlandırılabilir. Bunlardan bazıları şöyle sıralanabilir; R, SAS, MATLAB vb. Bu çalışmada R programlama dilinden yararlanılmış ve simülasyon gücü hesaplamaları, bu programlama dili üzerinden anlatılmıştır.

Simülasyon gücü hesaplanırken öncelikle belirlenmiş olan koşulların tanımlanması gerekmektedir. Örnek hacmi ve çalışma sayısının sahip olduğu kombinasyon miktarının her biri için belli bir sayıda Monte Carlo denemesi yapılmalıdır. Ayrıca tüm bu koşullar başlangıç koşulları olarak tanımlanmalıdır. Örnek hacmi ve çalışma sayısı belirlenmiş olan bütün koşulları barındıran birer vektör olarak ifade edilmelidir. Daha sonra birinci tip hata oranı ve simülasyon sayısı sabit tutularak tanımlanmalıdır. Yığın etki büyüklüğü ise birden fazla senaryoya sahip olmasına rağmen her bir simülasyon koşulunda tek bir değer olarak belirlenmeli ve aynı işlemler, yığın etki büyüklüğünün tüm değerleri için tekrar edilmelidir. Tanımlamalar yapıldıktan sonra simülasyonun etkin bir şekilde çalıştırılabilmesi için örnek hacmi ve çalışma sayısı olarak belirlenen parametre değerleri döngüye kaydedilmelidir. Çıktı matrisini iki boyutla sınırlandırmak için yığın etki büyüklüğü farklı simülasyon çalıştırmalarında değiştirilmelidir. Tanımlanan üçüncü döngü ise meta analizini tekrar etmek için oluşturulmalıdır. Böylece çalıştırılan her simülasyonda bir meta analizi yürütülmüş olacaktır. Her meta analizde etki büyüklüğü değerini üretmek için belirlenen etki büyüklüğüne ait olan dağılım



kullanılmalıdır. Bu çalışmada kullanılan etki büyüklüğü korelasyon katsayısı olduğundan ve korelasyon katsayısı için Fisher Z dönüşümü uygulandığından kullanılan dağılım Z dağılımı olmuştur. En sonunda ise simülasyonu yapılan meta analizinin her tekrarından sonra bir Z istatistiği hesaplanmalıdır. Bütün bunlarla birlikte yürütülen her meta analizine ait bir de p-değerinin hesaplanması gerekmektedir. İstatistik teorisine göre p-değeri, alfa anlamlılık seviyesi ile karşılaştırılarak istatistiksel karar verilir.

Sıfır hipotezini ret etme olasılığı, farklı çalışma sayısı ve örnek hacmi için $n*s$ 'lik matris kaydedilir. Bunlar, farklı koşullar altında yapılan simülasyon çalışmalarından elde edilmiş olan istatistiksel güç değerleridir. Benzer şekilde, simülasyon döngüsü hariç tutulup ilgili formüller kullanılarak farklı örnek hacimleri ve çalışma sayıları için analitik güç hesaplanıp $n*s$ 'lik matris kaydedilebilir.

Bulgular

Bu çalışmada, meta analizinde istatistiksel güç hesaplaması için rastgele etkiler modelinde eşit olmayan örnek hacmi durumu ele alındı. Eşit olmayan örnek hacmi durumu, gerçek hayatta karşılaşılabildiği daha muhtemel olmasından dolayı tercih edildi. Genel etki büyüklüğüne ait testin gücü hesaplaması, analitik yöntem ve simülasyon yöntemi kullanılarak elde edildi. Sonuç olarak; istatistiksel güç simülasyonu ile analitik güç arasında bir fark olup olmadığı incelendi.

İstatistiksel güç simülasyonu ve analitik güç hesaplamaları için aşağıdaki koşullar dikkate alındı. Hem analitik hesaplamalar hem de simülasyon hesaplamaları için R programında gerekli kodlamalar yapıldı. Analitik güç ile simülasyon gücünün karşılaştırılabilir olmasını garanti altına alabilmek için iki istatistiksel güçte de aynı çalışmalar arası varyans kullanıldı.

Ortalama örnek hacmi: Farklı meta analizi çalışmalarında değişkenlik gösteren koşul, bu çalışmada 22 ile 100 arasında değişmektedir (22, 30, 50, 80, 100). Çalışma, küçük örnek hacimlerinin istatistiksel güce olan etkisiyle ilgilendiği için 100'den büyük olan örnek hacimleri dâhil edilmedi.

Yığın etki büyüklükleri: Bu çalışmada yığın etki büyüklüğü olarak korelasyon katsayısı (r) ele alındı. Seçilen bu etki büyüklüğü için sırasıyla $r=0$ (etki yok), $r=0.1;0.2$ (küçük etki), $r=0.5$ (orta dereceli etki) ve $r=0.8$ (büyük etki) değerleri belirlenerek çalışmaya katıldı. Bu etki büyüklüklerinin belirlenmesinde Cohen'in (1988) ilkeleri ile Field'in (2003) çalışmasında yer alan düşük, orta ve yüksek dereceli korelasyon katsayıları için belirlediği değerler dikkate alındı.

Çalışma sayısı: Bu koşul için belirlenen çalışma sayıları 5 ile 80 arasında keyfi olarak belirlendi (5, 10, 20, 50, 80). Ayrıca diğer parametreler eşitken çalışma sayısı ile istatistiksel güç arasında pozitif yönlü bir ilişki olması, 80'den büyük çalışma sayılarında tatmin edici bir gücün var



olmasına sebep olduğu gözlemlendi. Bu nedenle 80'den büyük çalışma sayıları, güç hesaplama koşullarına dâhil edilmedi.

Simülasyon sayısı: Durağan bir simülasyon sonucu elde etmek amacıyla meta analizi çalışması 10000 kez tekrar edildi. Bu tavsiye edilen minimum tekrar sayısının 10 katı kadar olup net sonucu elde etme açısından tatmin edici bir miktardır (Liu, 2015).

I. tip hata oranı: Bu çalışma için bir istatistiksel hipotez testinin güvenilirliği açısından literatürde yer alan iki farklı birinci tip hata oranı belirlendi. Bunlar; 0.05 ve 0.01 değerleri olup iki değer için de hesaplamalar yapıldı.

Bütün bunlara göre toplam simülasyon senaryosu, 3 farklı faktöre bağlıdır. Bunlar; 5 yığın etki büyüklüğü (0, 0.1, 0.2, 0.5, 0.8), 5 örnek hacmi (22, 30, 50, 80, 100) ve 5 çalışma sayısı (5, 10, 20, 50, 80) şeklindedir. Örnek hacmi ve çalışma sayısı 25 kombinasyona sahiptir. Her kombinasyon için 10000 Monte Carlo denemesi yapılmıştır.

Rastgele etkiler modelinde çalışmalar arası örnek hacimlerinin farklı olduğu durumu içeren simülasyon ve analitik güç sonuçlarına ait değerler, anlamlılık düzeyi 0.05 ve 0.01 için Tablo 1 ve Tablo 2'de verildi.

Tablo 1 I. tip hata oranı 0.05 iken rastgele etkiler modelinde örnek hacimlerinin farklı olduğu durumda istatistiksel güç sonuçlarını içermektedir. Buna göre yığın etki büyüklüğünün 0.1 olduğu durum ele alındığında; minimum %80'lik bir istatistiksel güce ulaşmada simülasyon çalışması için yaklaşık 20 çalışmaya ve çalışmalar arası örnek hacminin 50 civarında olmasına ihtiyaç vardır. Bu durum, analitik güç için de hemen hemen geçerlidir. Yığın etki büyüklüğünün 0.2 olması durumunda simülasyon çalışmasında %80'lik bir istatistiksel güç için yaklaşık 5 çalışmanın ve çalışmalar arası örnek hacminin 50 civarında olması gereklidir. Analitik güçte bu durum, yaklaşık 10 çalışma ve çalışmalar arası örnek hacminin 30 civarında olması durumunda gerçekleşmektedir. Yapılacak bir meta analizinde eğer 0.1'lik bir etki büyüklüğü kullanılıyorsa ve çalışmalar arası örnek hacmi 22 olarak belirlenmişse en az %80'lik bir istatistiksel güce ulaşmak için gerekli çalışma sayısının, yaklaşık 50 düzeyinde olduğu; örnek hacmi 50'ye çıktığında çalışma sayısı miktarının 20'ye düştüğü ve 100 birimlik örnek hacmi olması durumunda gerekli çalışma sayısının 10'a kadar düştüğü gözlemlendi.

Tablo 1. I. Tip Hata Oranı 0.05 İken Rastgele Etkiler Modelinde İstatistiksel Güç (Maksimum Örnek Hacmi=Ortalama Örnek Hacmi*3)

Örn. Hac.	Çalışma Sayısı									
	Simülasyon Gücü					Analitik Güç				
	5	10	20	50	80	5	10	20	50	80
Yığın etki Büyüklüğü=0,1										
22	0.135	0.236	0.438	0.850	0.971	0.139	0.244	0.450	0.843	0.966
30	0.169	0.318	0.599	0.950	0.996	0.177	0.323	0.589	0.943	0.995
50	0.279	0.529	0.833	0.996	1.000	0.274	0.514	0.823	0.997	1.000
80	0.429	0.745	0.967	1.000	1.000	0.412	0.722	0.959	1.000	1.000
100	0.522	0.837	0.989	1.000	1.000	0.495	0.816	0.986	1.000	1.000
Yığın etki Büyüklüğü=0,2										
22	0.436	0.745	0.966	1.000	1.000	0.407	0.716	0.956	1.000	1.000
30	0.569	0.876	0.995	1.000	1.000	0.539	0.855	0.992	1.000	1.000
50	0.805	0.986	1.000	1.000	1.000	0.775	0.979	0.999	1.000	1.000
80	0.954	0.999	1.000	1.000	1.000	0.935	0.999	1.000	1.000	1.000
100	0.982	0.999	1.000	1.000	1.000	0.974	0.999	1.000	1.000	1.000
Yığın etki Büyüklüğü=0,5										
22	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000	0.990	1.000	1.000	1.000	1.000
30	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
80	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
100	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tablo 1. I. Tip Hata Oranı 0.05 İken Rastgele Etkiler Modelinde İstatistiksel Güç (Maksimum Örnek Hacmi=Ortalama Örnek Hacmi*3)

Örn. Hac.	Çalışma Sayısı									
	Simülasyon Gücü					Analitik Güç				
	5	10	20	50	80	5	10	20	50	80
Yığın etki Büyüklüğü=0,8										
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
80	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
100	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Çalışma sayısının 5 olduğu bir meta Analiz’de aynı koşullar altında 100 birimlik bir örnek hacminin bile istenilen istatistiksel güce ulaşmada yeteli olmadığı belirlendi. etki büyüklüğü 0.2’ye çıktığında minimum %80’lik bir güç için 50 birim ve üzerindeki örnek hacimlerinde 5 çalışmanın, 30 birim ve üzerindeki örnek hacimlerinde 10 çalışmanın gerekli olduğu gözlemlendi. Yığın etki büyüklüğünün 0.5 ve 0.8 olması durumunda çok küçük çaplı örnek hacimleri ve çalışma sayıları istatistiksel gücün oldukça yüksek çıkması için yeterlidir. Benzer durumlar analitik güç için de geçerlidir.

Tablo 2 ise I. tip hata oranı 0.01 iken rastgele etkiler modelinde örnek hacimlerinin farklı olduğu durumda istatistiksel güç sonuçlarını içermektedir. Buna göre yığın etki büyüklüğünün 0.1 olduğu durum ele alındığında; minimum %80’lik bir istatistiksel güce ulaşmada simülasyon çalışması için yaklaşık 50 çalışmaya ve çalışmalar arası örnek hacminin 30 civarında olmasına ihtiyaç vardır. Yığın etki büyüklüğünün 0.2 olması durumunda hem simülasyon çalışmasında hem de analitik güçte %80’lik bir istatistiksel güç için yaklaşık 5 çalışmanın ve çalışmalar arası örnek hacminin 80 civarında olması gereklidir. Genel bir değerlendirme yapılacak olursa; bir meta analizi için yığın etki büyüklüğünün 0.1 olması durumunda, analize dâhil edilecek çalışma sayısı yaklaşık 20 iken minimum %80’lik bir güce ulaşmada gerekli örnek hacmi miktarının 80 civarında olması gerektiği, 50 çalışmaya yükseldiğinde örnek hacmi miktarının yaklaşık 30 olduğu gözlemlendi. 0.2’lik bir etki büyüklüğü içinse 80 birimlik örnek hacminin kullanılması için 5 çalışmanın yeterli olduğu gözlemlendi.



Bununla birlikte 20 ve üzerinde çalışmanın dâhil edildiği bir meta analizinde gerekli örnek hacmi miktarının 22 civarında olmasının yeterli olduğu görüldü. Yığın etki büyüklüğünün 0.5 ve 0.8 olması durumunda çok küçük çaplı örnek hacimleri ve çalışma sayıları istatistiksel gücün oldukça yüksek çıkması için yeterlidir. Bu durum, analitik güç için de geçerlidir.

Tablo 1 ve Tablo 2'den de anlaşılacağı üzere simülasyon gücü ile analitik güç, belirlenen koşullar altında birbirine çok yakın değerler almıştır. Dolayısıyla aralarında sistematik bir farklılık olduğu söylenemez yani, farklı koşullarda güç, eksik ya da fazla tahmine sahiptir.

Tablo 2. I. Tip Hata Oranı 0.01 İken Rastgele Etkiler Modelinde İstatistiksel Güç (Maksimum Örnek Hacmi=Ortalama Örnek Hacmi*3)

Örn. Hac.	Çalışma Sayısı					Analitik Güç				
	Simülasyon Gücü					Analitik Güç				
	5	10	20	50	80	5	10	20	50	80
Yığın etki Büyüklüğü=0,1										
22	0.041	0.092	0.219	0.664	0.891	0.044	0.095	0.229	0.652	0.886
30	0.056	0.136	0.349	0.845	0.976	0.061	0.143	0.348	0.832	0.973
50	0.118	0.291	0.628	0.986	0.999	0.112	0.281	0.623	0.982	0.999
80	0.216	0.505	0.881	0.999	1.000	0.201	0.489	0.869	0.999	1.000
100	0.284	0.631	0.948	0.999	1.000	0.265	0.611	0.941	1.000	1.000
Yığın etki Büyüklüğü=0,2										
22	0.211	0.505	0.883	0.999	1.000	0.197	0.482	0.863	0.999	1.000
30	0.325	0.689	0.973	1.000	1.000	0.302	0.670	0.963	1.000	1.000
50	0.596	0.935	0.999	1.000	1.000	0.556	0.922	0.999	1.000	1.000
80	0.844	0.996	1.000	1.000	1.000	0.816	0.994	1.000	1.000	1.000
100	0.922	0.999	1.000	1.000	1.000	0.907	0.999	1.000	1.000	1.000

Tablo 2 (devam) I. Tip Hata Oranı 0.01 İken Rastgele Etkiler Modelinde İstatistiksel Güç (Maksimum Örnek Hacmi=Ortalama Örnek Hacmi*3)

Örn. Hac.	Çalışma Sayısı									
	Simülasyon Gücü					Analitik Güç				
	5	10	20	50	80	5	10	20	50	80
Yığın etki Büyüklüğü=0,5										
22	0.982	1.000	1.000	1.000	1.000	0.959	0.999	1.000	1.000	1.000
30	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	0.995	1.000	1.000	1.000	1.000
50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
80	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
100	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Yığın etki Büyüklüğü=0,8										
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
80	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
100	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Rastgele etkiler modeli için simülasyon gücü ve analitik güç arasındaki farklar, 0.05 ve 0.01 anlamlılık düzeyleri için Tablo 3'te verildi.

Rastgele etkiler modeli altında eşit olmayan örnek hacmi durumu için istatistiksel güç, Tablo 3 incelendiğinde simülasyon gücü ile analitik güç değerleri arasındaki farkın, ilgili anlamlılık seviyelerinde çok küçük düzeyde olduğu sonucuna varıldı. Buna karşın yine de özellikle 0.01'lik anlamlılık düzeyi için bazı aşmaların olduğu görüldü. Örneğin; yığın etki büyüklüğünün 0.1, ortalama örnek hacminin 100, çalışma sayısının 5 olduğu durumda iki güç arasındaki farkın 0.019 düzeyine ulaştığı görüldü. Benzer durumun çalışma sayısı 10, örnek hacmi 80 ve 100 olduğunda da geçerli olduğu görüldü. etki büyüklüğünün 0.2 olması durumunda ise çalışma sayısı 5 olduğunda bütün örnek hacim değerlerine karşılık gelen simülasyon ve analitik güç arasındaki farklar 0.01'i aşmaktadır, hatta



örnek hacmi 50 iken bu farkın 0.04 olduğu görüldü. Çalışma sayısı 10 olduğunda da 22 ve 30 birimlik örneklem için güç farklarında 0.01'i aşmalar gözlemlendi.

Tablo 3. Rastgele Etkiler Modelinde Analitik Güç İle Simülasyon Gücü Arasındaki Farklar

Örn. Hac.	Çalışma Sayısı									
	$\alpha = 0,05$					$\alpha = 0,01$				
	5	10	20	50	80	5	10	20	50	80
Yığın etki Büyüklüğü=0,1										
22	-0.004	-0.008	-0.012	0.007	0.005	-0.003	-0.003	-0.01	0.012	0.005
30	-0.008	-0.005	0.010	0.007	0.001	-0.005	-0.007	0.001	0.013	0.003
50	0.005	0.015	0.010	-0.001	0.000	0.006	0.010	0.005	0.004	0.000
80	0.017	0.023	0.008	0.000	0.000	0.015	0.016	0.012	0.000	0.000
100	0.027	0.021	0.003	0.000	0.000	0.019	0.020	0.007	-0.001	0.000
Yığın etki Büyüklüğü=0,2										
22	0.029	0.029	0.010	0.000	0.000	0.014	0.023	0.02	0.000	0.000
30	0.030	0.021	0.003	0.000	0.000	0.023	0.019	0.01	0.000	0.000
50	0.030	0.007	0.001	0.000	0.000	0.04	0.013	0.000	0.000	0.000
80	0.019	0.000	0.000	0.000	0.000	0.028	0.002	0.000	0.000	0.000
100	0.008	0.000	0.000	0.000	0.000	0.015	0.000	0.000	0.000	0.000
Yığın etki Büyüklüğü=0,5										
22	0.006	0.000	0.000	0.000	0.000	0.023	0.001	0.000	0.000	0.000
30	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Tablo 3 (Devam). Rastgele Etkiler Modelinde Analitik Güç İle Simülasyon Gücü Arasındaki Farklar

Örn. Hac.	Çalışma Sayısı									
	$\alpha = 0,05$					$\alpha = 0,01$				
	5	10	20	50	80	5	10	20	50	80
	Yığın etki Büyüklüğü=0,8									
22	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
30	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Tartışma ve Sonuç

Güç hesaplamaları, bir istatistiksel planlamanın sağlamlığı açısından hem birincil çalışmalarda hem de meta analizinde oldukça önemli bir konudur. Bu çalışmada benzer konularda birbirinden bağımsız olarak yapılan çalışmaların birleştirilerek birlikte değerlendirilmesi olarak bilinen meta analizinde rastgele etkiler modeline ait güç hesaplamaları ele alındı. Bu hesaplamalarda, hem simülasyon gücü hem de analitik güç R programı kullanılarak hesaplandı.

Rastgele etkiler modelinde gerçek hayatta karşılaşılmaması daha muhtemel olmasından dolayı eşit olmayan örnek hacmi durumu ele alındı. Bir güç hesaplaması için gerekli olan kriterler, etki büyüklüğü, örnek hacmi, çalışma sayısı ve birinci tip hata oranı olarak belirlendi. Bu kriterlerden etki büyüklüğü için korelasyon katsayısı kullanıldı.

Teorik olarak istatistiksel gücün; çalışma sayısı, yığın etki büyüklüğü ve ortalama örnek hacmi genişledikçe büyüdüğü söylenebilir. Bu çalışma da bunu desteklemektedir. Ayrıca yığın etki büyüklüğünün 0,8 olduğu durumda, bütün koşullar altında her iki model için de gücün 1 değerini aldığı gözlemlendi. Buradan anlaşılan odur ki yığın etki büyüklüğünün oldukça yüksek olması durumunda, istatistiksel gücü etkileyen diğer parametreler önemsiz olmaktadır. Fakat bunun tersinin doğru olduğu söylenemez. Örneğin; ortalama örnek hacminin en az 100 değerinden başladığı ve çalışma sayısı ile yığın etki büyüklüğünün çok küçük değerler alması durumunda güç, oldukça düşük değerler alabilir.



Belirlenen kriterler dikkate alınarak hesaplanan simülasyon gücü ile analitik güç arasında çok küçük farklar olduğu gözlemlendi. I. tip hata oranından küçük olan farklar, göz ardı edilebilir farklardır. Bu durumda, simülasyon gücü ile analitik güç hesaplamalarının birbirini tamamladığı söylenebilir. Buna karşılık özellikle I. tip hata oranının 0.01 olduğu durumda, bazı senaryolar için farkların I. tip hata oranından az da olsa büyük olduğu gözlemlendi. Örneğin; Tablo 3.3'te ortalama örnek hacmi 22, çalışma sayısı 5 olduğu durumlarda yığın etki büyüklüğü 0.1 iken güç değerleri arasındaki fark 0.003 seviyesindedir. Ancak yığın etki büyüklüğü 0.2 ve 0.5 olduğunda farklar sırasıyla 0.014 ve 0.023 olarak bulundu. Ayrıca yığın etki büyüklüğünün 0.2, çalışma sayısının 5 ve ortalama örnek hacminin 50 olması durumunda analitik güç ile simülasyon gücü arasındaki farkın 0.04'e kadar çıktığı gözlemlendi. Buradan, iki güç arasındaki fark arttıkça analitik güç tahmininin gerçek gücü daha eksik tahminleyeceği anlamı çıkarılabilir.

Bütün bunlarla birlikte ilgili parametreler (ortalama örnek hacmi, yığın etki büyüklüğü ve çalışma sayısı) değiştirildikçe, analitik güç ile simülasyon gücü arasındaki farklılıklar kabul edilebilir düzeye inmiştir.

Sonuç olarak; bu çalışma, araştırmacılara istenilen güç seviyesinde bir meta analizi yapmak için uygun örnek hacmi, çalışma sayısı ve etki büyüklüğünün ne olacağı hakkında fikir vermektedir. Farklı etki büyüklüğü türleri ve farklı meta analizi modelleri göz önüne alınarak benzer çalışmalar yapılması düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

- Cafri, G. & Kromrey, J. D. (2008). A SAS Macro for Statistical Power Calculations in Meta-Analysis, <http://www.sesug.org> (Erişim Tarihi: 30.03.2017)
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cohn, LD. & Backer, BJ. (2003). How meta analysis increases statistical power. *The American Psychological Association*, 8(3): 243-253.
- DerSimonian, R. & Laird, N. (1986). Meta-Analysis in Clinical Trials. *Controlled Clinical Trials*. 7: 177-188.
- Field. A.P. (2001). The power of statistical tests in meta-analysis. *Psychological Methods*, 6(2), 161–18.
- Field. A.P. (2003). The problems of using fixed-effects models of meta-analysis on real-world data. *Psychological Methods*, 6(2): 161–18.
- Gamgam, H, Ünver & Ö., Atunkaynak, B. (2011). *Temel İstatistik Yöntemler*, Seçkin Yayıncılık, Ankara.



Hedges, L.V. & I. Olkin. (1985). *Statistical Methods for Meta-Analysis*. Academic Press. London.

Hedges, LV. & Pigott, TD. (2001). The Power of Statistical Tests in meta-Analysis. *The American Psychological Association*, 6 (3): 203-217.

Hedges, LV. & Pigott, TD. (2004). The Power of Statistical Tests for Moderators in Meta-Analysis. *The American Psychological Association*, 9(4): 426–445.

Liu, J. (2015). Statistical Power in Meta-Analysis. *Published Doctoral Dissertation* South Carolina University, Carolina, USA.

Liu, J. & Pan, F. (2015). A SAS Macro to Investigate Statistical Power in Meta-Analysis, <http://www.sesug.org> (Erişim Tarihi: 20.04.2018)

Valentine J. C., Pigott T. D. & Rothstein H. R. (2010). “How Many Studies Do You Need? A Primer on Statistical Power for meta-Analysis”. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 35(2), 215–247.

